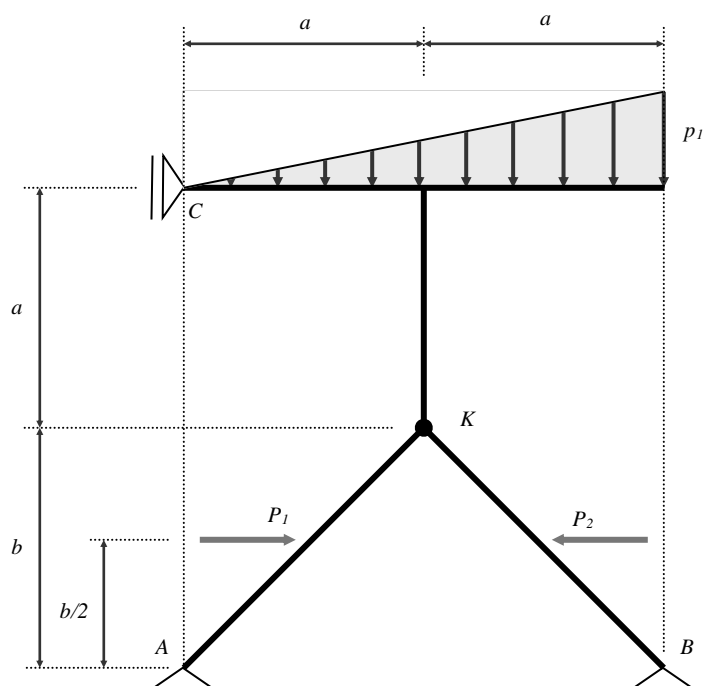


**Ejercicio N° 7 - Enunciado**

Dado el siguiente sistema vinculado,



$a$	$b$	$p_1$	$P_1$	$P_2$
$3\text{ m}$	$3\text{ m}$	$60\text{ kN/m}$	$30\text{ kN}$	$30\text{ kN}$

Se solicita:

- 1.1 Realizar el análisis cinemático
- 1.2 Determinar las componentes de las reacciones de vinculo externo

<i>Cátedra: Ing. José Luis Tavorro</i>	<i>TP 5</i>	<i>7/2</i>
--	-------------	------------

## Ejercicio N° 7 – Resolución

### 1.1 Análisis cinemático

Se trata de una cadena cinemática abierta, formada por tres (3) chapas,  $[S_1]$ ,  $[S_2]$  y  $[S_3]$ . Como cada chapa posee en el plano tres (3) grados de libertad, se tiene que:

$$gl = 3 \cdot 3 = 9$$

Por otra parte,

$$gl^* = n + 2 = 5$$

Dado que las tres chapas se encuentran unidas por una articulación relativa en el punto  $K$ , se tienen cuatro (4) condiciones de vínculo interno:

$$v_i = 4$$

Por otra parte, el sistema posee cinco (5) condiciones de vínculo externas, dos (2) impuestas por el apoyo fijo en  $A$ , dos (2) por el apoyo fijo en  $B$  y una (1) por el apoyo móvil en  $C$ , es decir:

$$v_e = 2 + 2 + 1 = 5$$

Luego las condiciones de vínculo son:

$$v = v_i + v_e = 4 + 5 = 9$$

y consecuentemente, el sistema es **isostático**, ya que

$$gl - v = 9 - 9 = 0$$

Además

$$gl^* = v_e = 5$$

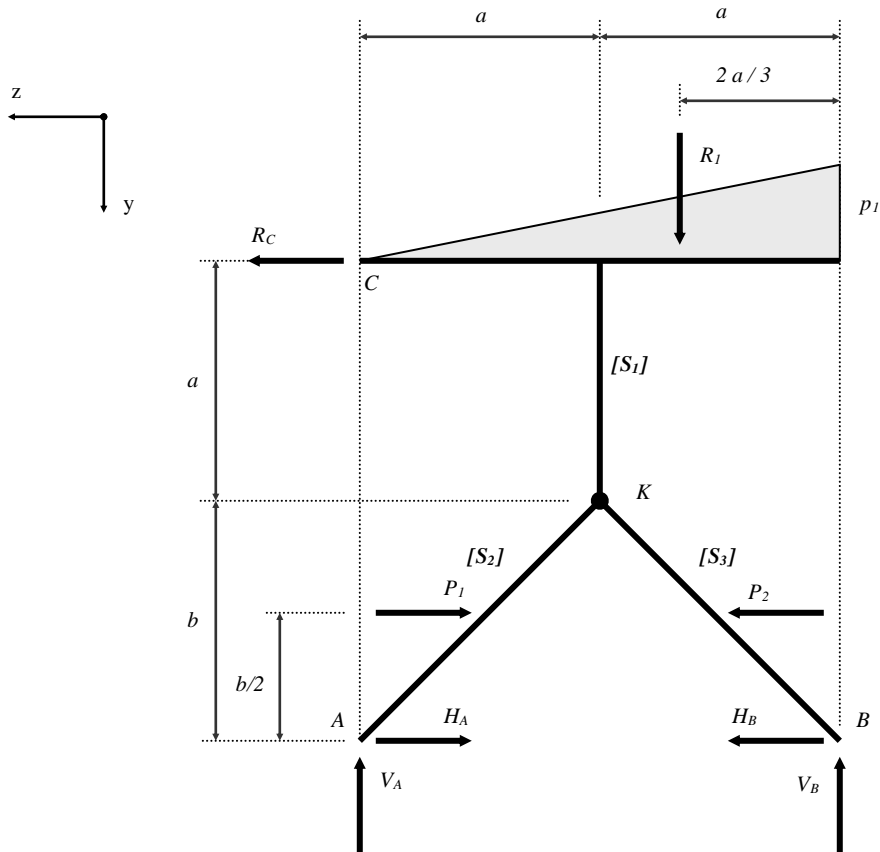
Puede observarse que no hay vinculación aparente porque la recta normal a la base del apoyo móvil en  $C$  no pasa por el punto  $K$ , así como tampoco se encuentran alineados los puntos  $A$ ,  $B$  y  $K$ .

### 1.2 Cálculo de las reacciones de vínculo externo

Debe realizarse el diagrama del cuerpo libre, quitándose los vínculos externos a los efectos de poner en evidencia las respectivas reacciones. Se adoptan para dichas incógnitas un cierto sentido arbitrario. Además se elige un determinado sistema de ejes coordenados de referencia, denominado *terna global*. El indicado diagrama, constituye el esquema teórico de cálculo del problema.

$$R_1 = \frac{1}{2} \cdot p_1 \cdot 2 \cdot a = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 2 \cdot 3 = 180 \cdot kN$$

Teniendo en cuenta que las incógnitas son cinco ( $R_C$ ,  $V_B$ ,  $H_B$ ,  $V_A$  y  $H_A$ ), deben plantearse cinco ecuaciones de equilibrio. Se toman tres ecuaciones generales de equilibrio, a las cuales se les agregan dos “ecuaciones de condición”, que corresponden a la nulidad de momentos de las fuerzas aplicadas sobre dos de las chapas, respectivamente, por ejemplo  $[S_1]$  y  $[S_3]$ , respecto del punto  $K$ , donde se encuentra la articulación.



$$\sum_{i=1}^n M_{i \ x[S1]}^K = 0$$

$$R_1 \cdot \left( a - \frac{2}{3} \cdot a \right) - R_C \cdot a = 0$$

$$R_C = \frac{R_1 \cdot \left( a - \frac{2}{3} \cdot a \right)}{a} = \frac{180 \cdot \left( 3 - \frac{2}{3} \cdot 3 \right)}{3}$$

$$R_C = 60 \cdot \text{kN}$$

$$\sum_{i=1}^n M_{i \ x}^A = 0$$

$$-V_B \cdot 2 \cdot a + P_1 \cdot \frac{b}{2} - P_2 \cdot \frac{b}{2} + R_1 \cdot \left( 2 \cdot a - \frac{2}{3} \cdot a \right) - R_C \cdot (a + b) = 0$$

$$V_B = \frac{P_1 \cdot \frac{b}{2} - P_2 \cdot \frac{b}{2} + R_1 \cdot \left( 2 \cdot a - \frac{2}{3} \cdot a \right) - R_C \cdot (a + b)}{2 \cdot a} = \frac{30 \cdot \frac{3}{2} - 30 \cdot \frac{3}{2} + 180 \cdot \left( 2 \cdot 3 - \frac{2}{3} \cdot 3 \right) - 60 \cdot (3 + 3)}{2 \cdot 3}$$

$$V_B = 60 \cdot \text{kN}$$

$$\sum_{i=1}^n P_{iy} = 0$$

$$-V_A - V_B + R_1 = 0$$

$$V_A = -V_B + R_1 = -60 + 180$$

$$V_A = 120 \cdot \text{kN}$$

<i>Cátedra: Ing. José Luis Tavorro</i>	<i>TP 5</i>	<i>7/4</i>
--	-------------	------------

$$\sum_{i=1}^n M_{i \ x[53]}^K = 0$$

$$P_2 \cdot \frac{b}{2} + H_B \cdot b - V_B \cdot a = 0$$

$$H_B = \frac{-P_2 \cdot \frac{b}{2} + V_B \cdot a}{b} = \frac{-30 \cdot \frac{3}{2} + 60 \cdot 3}{3}$$

$$H_B = 45 \cdot kN$$

$$\sum_{i=1}^n P_{iz} = 0$$

$$-H_A + H_B + R_C - P_1 + P_2 = 0$$

$$H_A = H_B + R_C - P_1 + P_2 = 45 + 60 + 30 - 30$$

$$H_A = 105 \cdot kN$$

Los signos positivos en los resultados de las incógnitas calculadas significan que los sentidos adoptados arbitrariamente al comienzo son coincidentes con los sentidos reales.